Harald Goldbeck-Löwe, OstR a.D.
Radeland 4, 22927 Großhansdorf
Tel.: 04102-6921904
Mob.: 0171-3433204
Mail: harald.goldbeck-loewe@uni-hamburg.de
hgoldbeck@online.de

Modelle in der Physik – Symbole in der Kunst
Erkenntnis und Erschaffung sinnlich nicht erfahrbarer Realität und ihre Vermittlung durch Visualisierung

Eine Untersuchung vergleichbarer Denkstrukturen in den Physik und der bildenden Kunst, ihrer historischen Entwicklung sowie ihrer Beziehungen zueinander und zur Mathematik als Thema und Programm einer Dissertation.

Betreuerin: Prof. Dr. Gudrun Wolfschmidt
Bereich Geschichte der Naturwissenschaften, Mathematik und Technik
Universität Hamburg, Department Mathematik

In diesem Exposée meines interdisziplinär zu bearbeitenden Themas zeige ich an einzelnen ausgewählten Beispielen, um was es mir geht, und entwickle ein erstes vorläufiges Konzept für mein methodisches Vorgehen. Die Sprache der Beschreibung, d.h. den jeweiligen Umfang des Fachvokabulars, habe ich hier so gewählt, dass – wie ich hoffe – keine Verständnisprobleme der jeweils anderen Wissenschaft das Verfolgen der Gedankengänge behindern. Ob sich diese Wahl in der Ausarbeitung ohne Qualitätsverlust durchhalten lässt, wird die Zukunft zeigen.

Fassung vom September 2009, Druck: 16. Jul. 2011

Wie gewinnt man Aussagen über Eigenschaften der Materie, die es ermöglichen, durch Kernspaltung Energie zu „gewinnen" und die technischen Vorgänge zu beherrschen?

Wie also kann Physik verstanden werden?

Was muss ein Maler tun, damit sein Werk den Betrachter „anrührt", ihn überzeugt, in ihm emotionale Energie freisetzt? Was kann der Künstler tun, damit diese Energie eine von ihm gewollte Richtung erhält?

Wie also kann Kunst verstanden werden?

Was heißt überhaupt „verstehen" und welche Konsequenzen hat „das Verstehen"?

Um was geht es?

Die Geschwindigkeit eines Fußgängers zu bestimmen ist kein Problem, wenn man Bandmaß und Stoppuhr bedienen kann. Fußgänger und Messgeräte kann man sehen und anfassen. Kein Mensch hat aber mit seinen Sinnen je ein einzelnes Atom wahrgenommen, geschweige denn dessen Kern. Gleichwohl ist die Kernspaltung physikalisch-technische Realität. Will man nun einen Super-GAU bei der Energiegewinnung durch Kernspaltung vermeiden, dann muss man das Verhalten von Atomkernen unter allen Bedingungen vorhersagen können. Bei solchen Aufgaben denken und reden Physiker schon seit der Antike mit Hilfe von Modellen. Das tun sie allerdings nur, wenn es um physikalische Wissenschaft geht, z.B. als Grundlage schwer zu beherrschender Kern- oder Raumfahrttechnik oder in der Astronomie. Fürs Alltägliche reicht das direkte Reden und eine geschärfte Beobachtungsgabe.

Ähnliches erfahren wir bei der Beschäftigung mit Malerei und Bildhauerei. Manchmal gelingt es Künstlern, uns durch ihr Werk anzurühren, betroffen zu machen, unsere innere Realität zu beeinflussen oder gar eine „neue" Realität zu produzieren. Die Mittel zu diesem Zweck sind Allegorien und Symbole, Zeichen, deren im Verlauf der Geschichte sich ändernde, meistens zeitbedingte Bedeutung wir auf Grund der in uns genetisch angelegten Struktur unserer Gefühle „immer schon" kannten oder die wir im Laufe unserer Sozialisation oder Ausbildung erfahren und erlernt haben. Kunsthistoriker müssen lernen solche versteckten Botschaften zu dechiffrieren, die Ikonographie eines Gemäldes zu lesen, um die Botschaft anderen – Fachleuten oder kunsthistorischen Laien – verständlich zu machen.

Was haben diese geistigen Strukturen „Modell" und „Symbol" gemeinsam, was ist verschieden oder gar gegensätzlich?

Physikalische Modelle

Der Physiker Heinrich Hertz schreibt darüber in der Einleitung zu seiner ›Mechanik‹[1] zum Begriff Modell: *„Wir machen uns innere Scheinbilder oder Symbole der äußeren Gegenstände, und zwar machen wir sie von solcher Art, daß die denk-notwendigen Folgen der Bilder stets wieder die Bilder seien von den naturnotwendigen Folgen der abgebildeten Gegenstände.*"

Hertz versteht unter dem Begiff „Gegenstände" nicht nur reale Dinge, sondern auch ihre Eigenschaften und die realen Beziehungen zwischen ihnen, Physiker nennen sie „Wechsel-wirkungen". Er betrachtet Gegenstände, die „naturnotwendige Folgen" haben, sich also irgendwie verändern. Es geht Hertz nur um diese Veränderung der Gegenstände, er möchte ihre Naturnotwendigkeit erforschen und verstehen. Er hat sie verstanden, wenn er die Veränderung der Gegenstände stets richtig vorhersagen kann, obgleich er mit seinen Sinnen den Vorgang der Veränderung in vielen Fällen nicht wahrnehmen kann. Um das zu erreichen begibt er sich auf eine andere Ebene, die der Scheinbilder.[2] Das geistige Konstrukt „Modell" besteht also in diesem Sinne immer aus zwei Ebenen, der Gegenstandsebene und der Bild- oder Scheinbildebene.

Ein Beispiel

Beim Duschen beschlägt im Winter die Fensterscheibe des Badezimmers, im Sommer meistens nicht. Falls das ein Problem ist, reicht fürs Alltägliche, an Winter- und kalten Sommertagen einen Lappen zum Trockenwischen der Fensterscheibe zur Hand zu haben. Damit ist die Sache im Bad erledigt. Manchmal geht es aber um mehr, z.B. darum, mit welcher Vorrichtung das Lukenfenster einer Raumkapsel versehen werden muss, damit sein Glas niemals, unter keinen Umständen, in keiner noch so unwahrscheinlichen Situation beschlägt. Dann genügt der Lappen nicht mehr. Die Konstrukteure müssen verstanden haben, welche Vorgänge sich abspielen, wenn in einem Raum mit kaltem Fensterglas warmes Wasser in einem offenen Gefäß vorhanden ist. Der Physiker muss also als Theorielieferant die mit seinen Sinnen nicht erfahrbare „naturnotwendige Folge" der Gegenstände „weltraumgekühltes Fensterglas und warmes, freies Wasser zusammen" verstanden haben, um den Konstrukteuren die Grundlage ihrer Entwicklungen bieten zu können.

---

[1] Hertz 1894, S. 1

[2] Da Hertz die erst im 20. Jahrhundert begonnene Forschung z.B. Cassierers zur Symbolik nicht kennen konnte, kann die hier als Synonym für „Scheinbild" benutzte Bezeichnung „Symbol" nicht die heutige Bedeutung haben. Daher wird hier dieses Wort als Synonym nicht weiter betrachtet.

Der Physiker sagt zu den Technikern etwa: „Wasser besteht aus Molekülen, die sich ständig in verschiedenen Richtungen hin- und herbewegen. Diese Bewegung nennt man Brownsche Molekularbewegung.[3] Was geschieht, wenn ihr das Wasser erwärmt? Stellt euch die Moleküle wie Flummis vor, wie vollelastische, kleine runde Bälle, die sich in einem oben offenen Topf, der selber ständig geschüttelt wird, frei bewegen können. Die Flummis sausen, ständig gegeneinander und gegen die Topfwand stoßend, völlig regellos im Topf umher. Erwärmung des Wassers könnt ihr als Energiezufuhr deuten. Beim Flummitopf heißt das, der Topf wird stärker geschüttelt. Klar ist, dass einige Flummis aus dem Topf springen werden, und je stärker man schüttelt, desto mehr Flummis werden herausspringen, bis der Topf leer ist. Jeder herausgesprungene Flummi wird zu Boden fallen, noch einige Male hüpfen und dann zur Ruhe kommen, weil er an dem festen Boden bei jedem Aufprall an Energie verliert. Zum Schluss werden alle oder fast alle Flummis beieinander auf dem Boden liegen. Die Wassermoleküle verhalten sich auf ihre Art ganz entsprechend: durch Erwärmung wird die Brownsche Bewegung verstärkt, bis sich einige Moleküle so stark bewegen, dass sie den Wasserstrahl oder die Tropfen verlassen. Sie bewegen sich dann, ohne dass wir sie wegen ihrer geringen Größe sehen können, durch den Raum. Treffen sie dabei auf eine kalte, also wenig bewegte Glasscheibe, dann verringert sich ihre Energie und sie bleiben am Glas „hängen". Wenn es viele sind, bilden sie zusammen einen Tropfen, den wir dann wieder sehen können."

Der Physiker hat damit ein einfaches, rein mechanistisches Modell entwickelt, nennen wir es das Flummimodell. Seine Gegenstände sind Wassermoleküle in Brownscher Bewegung und Energiezufuhr durch Erwärmung. Seine Scheinbilder sind „tanzende" Flummis im

[3] Eine als Java-Applet programmierte Demonstration findet man unter: http://galileo.phys.virginia.edu/classes/109N/more_stuff/Applets/brownian/brownian.html. Es wird gezeigt, was man sieht, wenn man durch ein Mikroskop einen mit Chinatusche eingefärbten Wassertropfen betrachtet. Die Erklärung für diese Brownsche Bewegung stammt von A. Einstein und M v. Smoluchowski, ein mathematisches Modell bietet der Wiener-Prozess.
Ein kleines Heimexperiment zeigt, dass die Brownschen Bewegung bei flüssigem Wasser zwingend angenommen werden muss. Wasser richtet seine Oberfläche stets parallel zur Erdoberfläche aus (genaugenommen senkrecht zur Richtung vom Experimentator zum Erdmittelpunkt), auch in einem schräg gehaltenen Gefäß. Füllt man eine Handvoll sehr kleiner „Flummis", z.B. Rundreiskörner, in ein Gefäß, z.B. eine Tasse, und hält diese schräg, dann richtet sich die Reisoberfläche nur dann parallel zur Erdoberfläche aus, wenn man das Gefäß leicht schüttelt. Nebenbei: als Folge davon „tanzen" die Reiskörner in der Tasse, ähnlich wie die Flummis im ersten Modell. Legt man noch einige dicke Bohnen oder auch Erbsen in den Reis, dann zeigt dieses zweite Modell, das die gleiche Struktur wie das Flummimodell hat, das, was man im Mikroskop bzw. im Demonstrationsprogramm sieht. Die dicken Markerkörper werden von den wenig sichtbaren kleinen Körnern so angestoßen, dass man ihre zufällig entstandene, stochastische Bewegung erkennen kann.

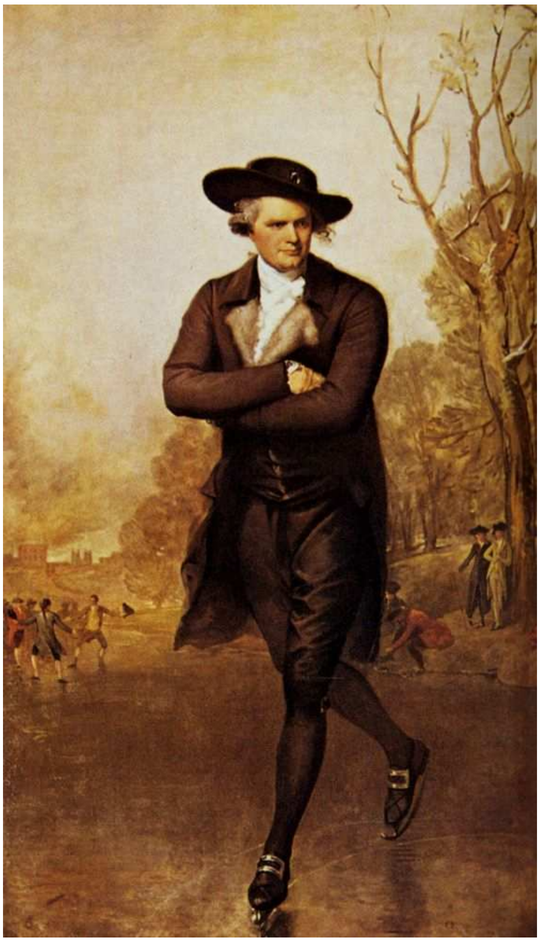
geschüttelten Topf und Energiezufuhr durch verstärktes Schütteln. In diesem Flummimodell lässt sich, auch ohne dass wir ein solches Experiment real durchführen, problemlos vorhersagen, welche denknotwendige Folge die Energiezufuhr durch stärkeres Topfschütteln haben muss. Diese „Prophetie" funktioniert, weil wir uns auf der Scheinbildebene mit unseren Vorstellungen auf bekanntem Terrain bewegen, in unserer von Kindesbeinen an vertrauten, mechanistisch verstandenen Welt.

Nur – die Scheinbildebene **ist nicht** die Realität, die Flummis **sind keine** Wassermoleküle!

Was ein Gemälde aussagt

Manche Bilder wurden mit der Absicht gemalt, eine Botschaft zu transportieren, dem – unbekannten – Betrachter eine Aussage zu vermitteln. Das wollen sicher nicht alle gemalten Bilder, aber besonders im 17. Jahrhundert war es üblich, dass sich Personen der Öffentlichkeit in einer von ihnen bestimmten, meist vorteilhaften Weise präsentieren wollten.

Ein Beispiel aus der Malerei [4]



Das berühmte Gemälde von Gilbert Charles Stuart (1755-1828) „Portrait of a Gentleman Skating", 1782 gemalt und von seinen Fans „The Skater" genannt, wird buchstäblich beherrscht von dem im Vordergrund schlittschuhlaufenden William Grant. Kleidung und Haltung zeigen die Eleganz und Würde eines gut bis sehr gut situierten, körperlich durchtrainierten Mannes, der sich selbst bei sportlicher Betätigung nicht ohne seinen auffallenden, breitkrempigen Hut in der Öffentlichkeit zeigt. Seine etwa knielange, dunkle Jacke mit teilweise pelzbesetztem Kragen trägt er offen über einem weißen, gefältelten Hemd und zeigt damit, dass ihm die Kälte nichts anhaben kann. Man ahnt fast nur die dunkle Weste unter der Jacke. Der leichte Schimmer im natürlichen Faltenwurf der ebenfalls dunklen, unterhalb der Knie schnallengeschnürten Hose weist auf das edle Material hin. Die eng

[4] Das Gemälde wurde im SS 2006 im Rahmen des von Prof. Uwe Fleckner geleiteten Seminars „The Swagger Portrait" von Lea Moll in einem Referat besprochen und gemeinsam diskutiert.

anliegenden Beinkleider und die Schuhe vollenden die Blick auf den nahezu perfekten Körper. Die vor der Brust gekreuzten Arme des Schlittschuhläufers und seine weit ausholende Beinstellung zeigen, dass er sich trotz der scharf geschnittenen Kurve, die er gerade mit wehenden Rockschößen, also mit einiger Geschwindigkeit durchfährt, absolut sicher fühlt und völlig Herr der Situation ist.

Zwei Gruppen von Männern bilden im Bildmittelgrund die Staffage, links eine Gruppe von vier sich offensichtlich vergnügenden Männern mitten auf dem Eis, rechts am Ufer zwei Männer, die sich die Schlittschuhe anziehen, beobachtet von zwei weiteren, direkt neben ihnen auf dem Land stehenden Spaziergängern. Die schwach zu erkennende Silhouette von Westminster Abbey im Hintergrund sowie die Formation der stark ansteigenden, bewaldeten Uferböschung weisen auf den Ort des Geschehens hin. Der Skater befindet sich in London im Hydepark auf der zugefrorenen Serpentine an einer Stelle, die eher dem Vergnügen der Upper Class vorbehalten war.

Eine zu diesem Gemälde kolportierte Anekdote bestätigt die Vorstellung, die wir uns von diesem Mann machen (sollen?): ein gelassener, unabhängiger Könner mit gutem Geschmack, ein „Winnertyp“. Es wird berichtet, er sei zu einem mit Stuart verabredeten Termin zum Modellstehen erschienen und habe diesen überzeugt, dass ein Vergnügen auf dem Eis bei gutem Wetter viel angenehmer sei als das ermüdende, langweilige Modellstehen und Malen. Das Bild sei unwichtig und könne warten. Beim Eislaufen sei dem Maler ganz nebenbei die Idee zu diesem Motiv gekommen, die er dann sogleich ausgeführt habe.

Auch hier denkt man bei dieser kombinierten Bildbeschreibung und –interpretation auf zwei Ebenen. Um das deutlich zu machen, kann man im Sinne Erwin Panofskis in drei Schritten vorgehen[5].

1. Vorikonische Bildbeschreibung, bei der gerade die Akzentverschiebungen gegenüber der ersten Fassung meiner Beschreibung von Bedeutung sind: Im Vordergrund sehen wir einen schlittschuhlaufenden Mann mit vor der Brust gekreuzten Armen. Seine Kleidung ist bis auf sein weißes, gefälteltes Hemd dunkel. Er trägt einen dunklen, breitkrempigen Hut, eine knielange, offene Jacke mit teilweise pelzbesetztem Kragen, darunter eine Weste. Die Falten der Hose schimmern leicht in einem von oben einfallenden Licht. Seine Strümpfe liegen eng an. Er trägt Schuhe, die oben mit metallenen Schnallen geschlossen sind und unter den Sohlen angebrachte Kufen besitzen. Das linke Bein des Mannes ist weit nach hinten geschwungen. Auf dem Eis unter ihm erkennt man parallel verlaufende Spuren, die eine enge Kurve bilden. Im Mittelgrund sieht man links eine Gruppe von vier oder fünf Männern, die ohne Schlittschuhe

---

[5] Panofski 1975, S. 36-67

sich mit weit ausgebreiteten Armen an den Händen halten. Rechts hinter dem Schlittschuhläufer ziehen sich am Ufer zwei Männer gerade Schlittschuhe an. Sie werden von zwei weiteren, dicht hinter ihnen auf dem Land stehenden Männern beobachtet. Die Eisfläche geht fast auf der gesamten Breite des Bildes in einen ansteigenden, bewaldeten Hügel über. Links weit im Hintergrund erkennt man ein Gebäude auf der Anhöhe, dahinter ragen zwei gleiche breite Türme mit spitzen Ecktürmchen über die Anhöhe hinaus. Dicht am Ufer ist auf der rechten Bildseite ein Baum zu sehen, der im Gegensatz zu den anderen Bäumen des bewaldeten Hügels kahl und unbelaubt ist. Der Himmel ist in heller Farbe aber bis auf den Horizont wenig differenziert gemalt. Überhaupt umfasst die Palette fast nur die dunklen Töne der Kleidung des Schlittschuhläufers und sehr großflächig aufgetragene Brauntöne, Hemdenbrust und Inkarnat des Mannes sind dagegen hell, teilweise weiß gemalt und je eine rot gemalte Jacke in beiden Personengruppen des Mittelgrundes hebt diese etwas hervor. Im Gegensatz zum weniger genau ausgearbeiteten Mittel- und Hintergrund sind das Gesicht und die Kleidung des Mannes im Vordergrund genau und scharf gezeichnet. Dieses Gesicht ist unverkrampft dargestellt, der Blick etwas aus der Fahrtrichtung heraus gerichtet. Auch die Parallelbögen der Kufenspuren auf dem Eis sind sehr exakt markiert.

2, Ikonographische Analyse: Im „ersten Blick" auf das Gemälde wird oft in Bruchteilen einer Sekunde festgelegt, unter welchem Vorzeichen ein Betrachter das Gemälde später insgesamt beurteilen wird, ein völlig unrationaler, rein emotionaler psychischer Prozess. Das gegenständliche, realistisch erscheinende Bild „The Skater" zieht diesen ersten Blick auf eine bestimmte Stelle. Die weiße Hemdbrust, das helle Inkarnat und der kleine Pelzbesatz des Kragens werden von dunkler Kleidung und dem dunklen Hut umrahmt. Die gekreuzten Arme verstärken diesen verführerischen Effekt: der Schwerpunkt dieser genau umgrenzten hellen Fläche liegt etwa in der Halsgegend des Körpers, und genau dort, nicht etwa auf Mund, Augen oder Stirn des Mannes, ruht kurz der bewusste Blick, während das dadurch gesteuerte unbewusste Sehen den ganzen Körper erfasst. Das ganze Gemälde ist darauf angelegt, dass der Betrachter durch diesen ersten Fixpunkt das Wesen des Gemäldes und damit des Modells intuitiv erfährt. Alles andere ist Beiwerk, wichtiges Beiwerk zwar, das den ersten Eindruck mit jedem weiteren Schweifen des Blicks über die Landschaft, die Eisfläche und Personengruppen bestätigen soll, aber eben nicht die Hauptsache, der Zweck des Gemäldes.

3. Ikonologische Interpretation: Unter diesem Aspekt wird untersucht, was der Betrachter des Gemäldes eigentlich verstehen soll, was für ihn Wirklichkeit, Realität werden soll. Es geht hier also um das, was der erste Blick zeigen, was alles übrige bestätigen soll. Im Gegensatz zum analytischen Vorgehen der ersten beiden Teile der Motivbeschreibung und der Untersuchung der elementaren Bedeutung der Motive werden nun alle Ergebnisse zu einer

Aussage über den Gehalt des Gemäldes zusammengebracht, man geht also zum Abschluss synthetisch vor.

Man erkennt einen Mann bei sportlicher Betätigung, die er mit solcher Körperbeherrschung ausübt, dass sie ihm zu entspanntem, entspannenden Vergnügen verhilft. Wichtig an ihm sind, vermutlich etwa gleichwertig, Kopf und Herz, Verstand und Gefühl, die zusammen absolute, d.h. in jeder noch so schwierigen Lage völlig sicherere, selbstsichere Herrschaft über alles Physische, Körperliche ausüben. Dieser Mensch wird dargestellt als einer, der in der widrigen Welt jederzeit siegt, der ein Winnertyp ist.

Auch der Maler kommt nicht zu kurz. Hier hat die vorher erwähnte Anekdote ihren Ort, die ganz sicher nicht als wahr im Sinne einer exakten Wiedergabe des Geschehenen zu betrachten ist, die aber ebenso sicher eine bestimmte Wahrheit transportiert und in sofern integraler Teil des Werkes ist: die Anfertigung des Gemäldes war völlig unanstrengend. Das Bild ist wie nebenbei entstanden. Nicht nur der Gentleman ist ein Winner, auch der Maler ist ein Könner, der sein Metier absolut beherrscht. Auch eine Einzelheit des Gemäldes bestätigt beim zweiten Hinsehen diesen Eindruck: nur ein perfekter Könner kann die Kufenspuren trotz der nötigen Unterbrechungen so elegant gerundet, perfekt parallel auf die Leinwand bringen wie dieser Schlittschuhläufer auf das Eis.

Die Struktur des hier ausführlich dargelegten Vorgangs kann folgendermaßen vereinfacht beschrieben werden: Maler und ggf. Modell entwickeln ihre Absicht, die sie mit einem Gemälde transportieren, vermitteln wollen.[6] Der Maler plant dieses Bild durch Auswahl der Symbole und ihrer gegenseitige Beziehung in einer geeigneten Komposition, Malweise und Farbgebung und führt die Arbeit ggf. zusammen mit dem Modell aus.[7] Der das Gemälde rezipierende Betrachter unterwirft das Gesehene einer ikonographischen Analyse und interpretiert das Ergebnis ikonologisch so, dass ihm der symbolisch dargestellte Gehalt bewusst wird.

Nur – was der Betrachter wahrnimmt, **ist nicht** die Wirklichkeit von Modell und Maler!

---

[6] Die Bildabsicht im einfachsten Falle muss nicht unbedingt mit der vorliegenden Realität, auf die sich Maler und Modell ehrlicherweise einigen könnten, übereinstimmen. Es kann sich auch um eine von ihm bzw. ihnen erwünschte, geträumte oder bewusst konstruierte Scheinrealität handeln. Allerdings muss hier schon auf die Vorbehalte hingewiesen werden, die Erwin Panofski in seinem Aufsatz „Der Begriff des Kunstwollens" (vgl. Panofski 1974, S. 29-44) ausführlich dargelegt hat. Für meine Zwecke reicht aber die gebräuchliche Bedeutung von „Absicht" aus, da es sich hier um ein erläuterndes Beispiel innerhalb eines kurzen Exposées handelt, während Panofski „die Kunst" im Blick hatte. Die anzufertigende Arbeit wird solche Vorbehalte diskutieren.

[7] Hier ist selbstverständlich nicht gemeint, dass das Modell eigenhändig an der Bildentstehung mitwirkt. Man wird aber auch das „Modellstehen" als aktive Beteiligung auffassen müssen, selbst wenn die Pose vom Maler vorgegeben wurde.

Auch dieser ganze Vorgang von der Absicht bis zum Gehalt spielt sich auf zwei Ebenen ab, der Ebene der Personen und ihrer Gedanken, ihrer Ab- und Einsichten sowie der Ebene der Bilder, des Gemäldes und seiner Motive, seiner Komposition, Malweise und Farbgebung.

Strukturelle Unterschiede und Gemeinsamkeiten

Flummimodell und Skaterbild haben recht viel gemeinsam, allein schon dass sie nicht die Realität sind, sondern diese nur darstellen. Beide Strukturen verbinden also zwei Welten, die Realität und ihr Abbild, sie agieren in zwei Ebenen, der Gegenstands- bzw. Personenebene und der (Schein-) Bildebene. Allerdings nähert sich der „Nutzer" beider Strukturen von verschiedenen Ausgangspunkten: der Duscher sieht die beschlagene Glasscheibe (Gegenstandsebene), der Museumsbesucher das Gemälde (Bildebene). Der Duscher will verstehen, warum das Glas beschlägt, der Museumsbesucher will verstehen, das was das Bild aussagt oder aussagen soll. Ohne methodische „Verbiegung" kann man gleiche Ausgangspunkte herstellen, indem man den Menschen auch zum Gemälde in der Realität, der Gegenstandsebene in Bezug bringt, indem man die Sicht des Malers betrachtet. Der Physiker fragt sich, wie er die Realität abbilden kann, damit der unsichtbare Molekültransport widerspruchsfrei, also überzeugend, intellektuell nachvollziehbar wird. Der Maler fragt sich, wie er die Realität abbilden kann, damit er die bestimmenden Charktereigenschaften des Modells überzeugend vermitteln kann.

Beide Vorgänge benötigen eine Vorschrift, mittels derer man ein Bild von etwas anfertigen, etwas abbilden, eine Abbildung von etwas herstellen kann. Das nun ist eins der Hauptgeschäfte der Mathematik. Jede mathematische Verknüpfung und Relation kann als Abbildung aufgefasst werden. Es fällt schon an einfachen Beispielen auf, dass die diesem Vorgang immanente Struktur unter bestimmten Bedingungen die gleiche ist wie vorher für Physik und Malerei beispielhaft vorgetragen: man bildet einen reellen Gegenstand ab, tut etwas mit dem Bild, und zwar so, dass sich die Rückabbildung des Tätigkeitsergebnisses als Gegenstand in der Realität wiederfinden lässt. Eine mathematische Abbildung, die diese Bedingungen erfüllen kann, ist der Isomorphismus.

Ein weiteres Beispiel - aus der Mathematik

Bis zur Erfindung des elektronischen Taschenrechners wurden Berechnungen mit vielstelligen Dezimalzahlen oft mit Hilfe mechanischer Geräte durchgeführt, z.B. kaufmännische Additionen mit Kurbelrechenmaschinen oder Multiplikationen, bei denen es nicht auf allzugroße Genauigkeit ankam, mit dem Rechenstab, von Schülern Rechenschieber genannt. Bis zur Erfindung und Einführung dieser Rechengeräte hatte man sämtliche

Rechenarten einschließlich Quadrieren von Zahlen und Wurzelberechnungen[8] „von Hand“, d.h. nach einer Rechenvorschrift, einem Algorithmus, mit viel Kopfrechnen durchzuführen. Zur Erleichterung höherer Rechenarten mit der Multiplikation und dem Potenzieren sowie ihren Umkehrungen bediente man sich oft der Logarithmen zur Basis 10, der sog. Zehnerlogarithmen, die in käuflichen Tafelwerken, den Logarithmentafeln, zur Verfügung standen. Diese Tafeln repräsentierten Wertetafeln der Logarithmusfunktion $x \mapsto \log_{10}(x)$, $D = R^+$, also einer mathematischen Abbildung. Statt $\log_{10}(x)$ schreibt man auch lgx.[9]

Mit diesen Logarithmen wurde unter Beachtung der Potenz- bzw. Loarithmengesetze gerechnet. Für die Multiplikation zweier positiver reeller Zahlen a und b gilt: $lg(a \cdot b) = lga + lgb$, d.h. die umständliche und zeitraubende Multiplikation zweier vielstelliger Dezimalzahlen kann auf die weniger umständliche Addition ihrer Zehnerlogarithmen zurückgeführt werden. Der Weg ist wie folgt vorgeschrieben: die Logarithmen der gegebenen Zahlen a und b werden – „von außen nach innen“ – in der Tafel aufgesucht und dann addiert. Zu ihrer Summe wird – „von innen nach außen“ – der gesuchte Numerus, also die Umkehrung des Logarithmus aufgesucht, der nach dem oben angeführten Gesetz gleich dem Produkt $a \cdot b$ der gegebenen Zahlen ist.

Wieder, wie in den beiden Beispielen aus Physik und Kunstwissenschaft, wird hier ein geistiger Vorgang beschrieben, der auf zwei Ebenen eine Zustandsveränderung darstellt: der Ebene der Numeri, also der zu verarbeitenden Zahlen, und auf der Ebene der Logarithmen.

Meine These lautet also:

Physikalische Modelle und künstlerische Symbole dienen der Visualisierung zur Vermittlung einer mit den Sinnen nicht zu erfassender Realität. Sie besitzen eng verwandte geistig-logische Strukturen, die sich in der mathematisch-logischen Struktur des Isomorphismus wiederfinden lassen.

Dieser Aussage und ihrer Konsequenzen soll die hier vorgeschlagene Untersuchung dienen, die ungeachtet einer möglichen Schwerpunktbildung, interdisziplinär angelegt ist. Es sind Fragestellungen der naturwissenschaftlich orientierten Erkenntnistheorie zu beantworten, etwa wie sie Carl Friedrich von Weizsäcker und vor ihm Ernst Mach und

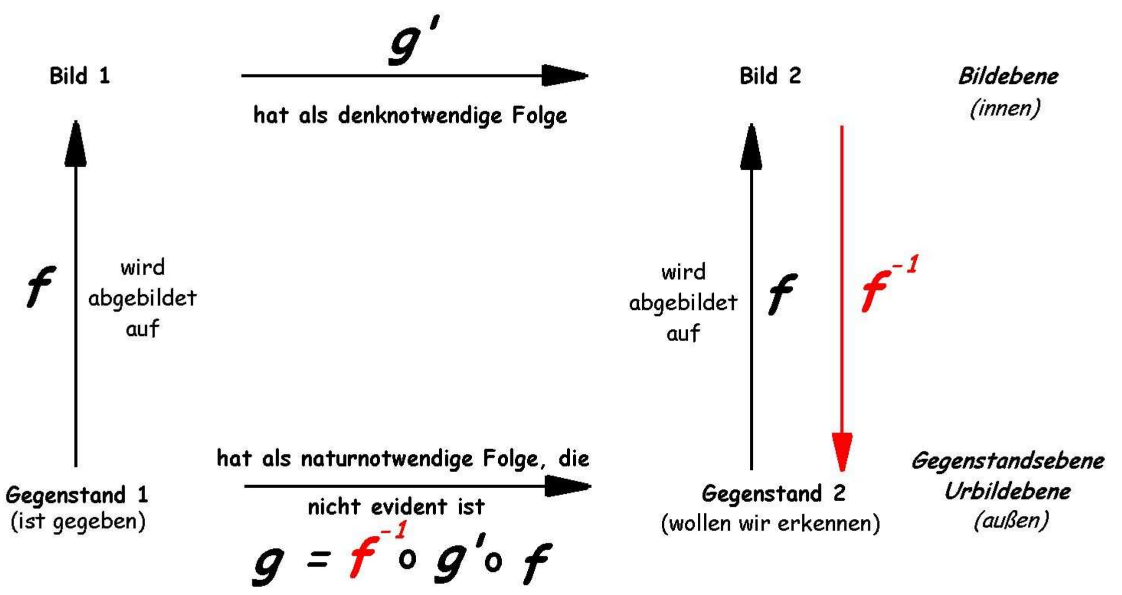
[8] Frühere historische Verfahren und Geräte, wie z. B. der Abakus, spielen hier keine Rolle.

[9] Im Anhang 2 ist eine sehr einfache Einführung an zwei Beispielen dargestellt. Für allgemeine Informationen über die Logarithmusfunktion, ihre Definition, Verknüpfungsgesetze mit Beweisen, ihrer Eigenschaft als Isomorphismus sowie für Anleitungen zum Gebrauch solcher Tafeln mittels Interpolation wird auf die Fachliteratur verwiesen, z.b. Lehrbücher für den Mathematikunterricht der 10. Klassen an Gymnasien.

Heinrich Hertz untersucht haben, und solche der Ästhetik und der Semiotik, wie sie etwa Max Bense bearbeitete. Dazu gehören die Betrachtung ikonographischer Methoden aus der Kunstgeschichte nach Erwin Panofski sowie Auswertung der Arbeiten von Ernst Cassirer über Symbole. Eine Anwendung und Überprüfung der Ergebnisse auf einen für beide Wissenschaften zentralen Begriff wie z.B. „Raum" oder „Unendlichkeit" sowie deren Darstellung wäre denkbar.

Die auf den physikalischen Aspekt beschränkte Fragestellung dieser Arbeit hat mich während meines gesamten Berufslebens im Physikunterricht beschäftigt. Dabei legte ich stets Wert darauf, meinen Schülern außer dem Fachwissen über die physikalischen Phänomene und der Kenntnis ihrer Zusammenhänge und Wechselwirkungen mindestens an einzelnen Beispielen die Methoden physikalischer Theoriebildung über Abläufe und Wirkungen in sinnlich nicht erfahrbaren Bereichen nahezubringen. Zum Verständnis dafür, welche Rolle dabei die Behandlung von Modellbildungen spielte, füge ich im Anhang 1 die für meinen letzten Kurs angefertigte Stoffzusammenfassung des Kurses „Elemente der Quantenphysik" bei.

Ein als Hilfsmittel für diese Kurse entwickeltes Diagramm[10] soll die Zusammenhänge veranschaulichen:



Denkstruktur eines Modells nach Heinrich Hertz

In wieweit dieses Schema auf kunstwissenschaftliche Erörterungen zu übertragen ist, soll ein Aspekt der geplanten Untersuchung sein.

[10] Bei diesem Diagramm handelt es sich um eine eigene Weiterentwicklung eines einfachen Diagramms bei Berger 1967, S. 84

Wie sehr die Festlegung begrifflichen Denkens auf den naturwissenschaftlichen Aspekt das tiefere Verstehen künstlerischer Botschaften behindern kann, möchte ich mit folgendem eigenen Erleben schildern. Nach meiner Pensionierung lernte ich während meines „Kontaktstudiums für ältere Erwachsene" an der Universität Hamburg in einem Seminar über „Avantgarde und afrikanische Kunst" den Aufsatz „Negerplastik" [11] von Carl Einstein kennen. Darin geht es u.a. auch um Darstellungsprobleme von Räumlichkeit, die für mehrere Künstler zu Beginn des 20. Jahrhunderts bis dahin nicht zufriedenstellend gelöst waren. Bei dem als Seminaraufgabe geforderten Versuch, den Inhalt in einer begrenzten Anzahl von Thesen zusammenzufassen, scheiterte ich mit der Umsetzung des Begriffs der „kubischen Raumanschauung". Ich schrieb damals:

„Der zentrale Begriff des Aufsatzes ist der der „kubischen Raumanschauung", dessen Bedeutung mir derzeit verschlossen bleibt. Da C. Einstein zu seiner Erläuterung Begriffe benutzt, deren Bedeutung ich in meinem Physik- und Mathematikstudium gänzlich anders erfahren, und die ich in meinem 34-jährigen Berufsleben besonders als Physik-, aber auch Philosophielehrer in anderer Bedeutung benutzt habe, weiß ich, dass ich den Begriff „kubische Raumanschauung" jetzt nicht wirklich verstehe."

Ich hatte erkannt, dass mein langjährig naturwissenschaftlich geschulter Fachbegriffs-apparat inkongruent jenem war, den ich zum Verständnis des Einsteinaufsatzes benötigt hätte. Dabei fehlte wohl nicht das intellektuelle Verständnis dessen, was der Autor seinen Lesern erklären wollte. Es ging hier aber, was das Wort „Anschauung" auszudrücken versucht, um einen spontanen Akt unmittelbarer Wesenserkenntnis einer afrikanischen Skulptur, den ich so nicht nachvollziehen konnte.

Carl Einstein beschreibt, wie man bei bestimmten Figuren, eben den „Negerplastiken", schon durch die Betrachtung von einer Seite Gewissheit über die gesamte Figur, auch über deren nicht sichtbaren rückwärtigen Teile, erhält. Die Eigenart der Figur, durch die gewisse formale Bedingungen erfüllt seien, also eine Kombination bestimmter formaler Eigenschaften, mache solche „kubische Raumanschauung" möglich, so Einstein. Als Beispiel diente damals das projizierte Diapositiv des „Kauernden" von André Derain, die „en bloc" aus einem steinernen Quader von etwa 25 x 25 x 35 cm herausgearbeit ist.

---

[11] Einstein 1920, S. 9

Kaum drei Monate später stand ich bei einem Museumsbesuch in Wien unverhofft eben dieser Skulptur gegenüber. Und genau das von Einstein Vorhergesagte geschah: obgleich ich vorher nur eine einzige zweidimensionale Fotografie der Figur gesehen hatte, „wusste" ich sofort, wie die andere Seite dieses kauernden Mannes aussah. Die Inspektion der Figurenrückseite bestätigte mein „Wissen", das mir die formale Eigenschaft der „Volumenerfüllung" eröffnet hatte, während es mir auf dem Weg intellektuellen Nachdenkens verschlossen geblieben war. Der Künstler hatte – möglicherweise intuitiv – in seiner Skulptur Zeichen, Symbole realisiert, die mir, wiederum auf intuitiver Ebene, eindeutige Nachrichten vermittelt, übermittelt hatten.

Von meinem Erstaunen über mich selber blieb bis heute die Fragestellung übrig: sind die physikalischen und kunsthistorischen Begriffsbildungen so inkongruent, dass ein gegenseitiges Verständnis für die wissenschaftlichen Fachinhalte ausgeschlossen ist, oder existieren trotz aller Divergenz doch verwandte Denkstrukturen, die es erlauben, Verständnisbrücken zwischen dieser Naturwissenschaft und dieser Geisteswissenschaft zu bauen? Als möglicherweise eng damit zusammenhängend erkannte ich eine Fragestellung, die mich schon früher mehrfach beschäftigt hatte, eine Untersuchung der auffälligen Koinzidenz (oder wenigsten zeitlichen Nähe) der Entwicklung der zwei großen modernen physikalischen Theorien, Relativitäts- und Quantentheorie, mit der Entwicklung der abstrakten, gegenstandslosen Kunst zu Beginn des 20. Jahrhunderts.

In seiner Vorlesung[12] zum Antritt des Rektorats der Hamburger Universität sagte Carl-Friedrich von Weizsäcker 1957:

„Geisteswissenschaft und Naturwissenschaft haben kaum eine gemeinsame Sprache, in der sie auch nur miteinander reden könnten, und oft genug sind beide sogar auf diese Fremdheit stolz. [...] Dieser Zustand ist unheilvoll. Durch bloßes Denken werden wir ihn nicht ändern können, aber das Denken kann doch immerhin einen wenn auch bescheidenen Beitrag leisten."

Weizsäcker begegnet diesem Unheil mit einer Analyse der cartesianischen Begriffsbildung als Kennzeichnung der Geburt der neuzeitlichen Naturwissenschaft. Er sagt beispielsweise über den *„an der Mathematik orientierten Begriff von Wahrheit überhaupt"*:

[12] Weizsäcker 1964, S. 202

„Die mathematische Art, zu erkennen, nennt Descartes intuitus. Der Begriff des intuitus enthält die unwidersprechliche Klarheit des Erkannten. [...] Es ist sehr charakteristisch für Descartes' Vorstellung von mathematischer Wahrheit, daß er dem intuitus eine höhere Gewißheit zuschreibt als der logischen Deduktion. [...] Der produktive Mathematiker kennt sehr wohl jene Einsicht in eine Struktur, der gegenüber das sie sprachlich formulierende Urteil stets etwas Sekundäres, Uneigentliches bleibt."

Hier findet sich – schon oder noch – bei Descartes der Begriff „intuitive Erkenntnis", nun aber in der Mathematik, die, selber eine Geisteswissenschaft, schon immer eine Art Zwitter- oder auch Mittlerstellung zwischen Geistes- und Naturwissenschaften eingenommen hat.

Carl Friedrich von Weizsäcker selber hat Brücken zwischen den sehr verschiedenen Wissenschaftspolen bauen können, wie sein Werk zeigt. Ich bezweifle aber, dass sich im alltäglichen Wissenschaftsbetrieb ein solches Denken schon durchgesetzt hat. In der Wochenzeitung „Zeit" erschien im April 2006 der journalistisch aufgemachte Bericht[13] des Sozialpsychologen Harald Welzer über seine interdisziplinäre Zusammenarbeit mit einem Neurophysiologen. Außerordentlich pessimistisch beurteilt Welzer solche Bemühungen, solange es um die Grundbegriffe der jeweiligen Wissenschaften geht. Da das Team aber die selbstgesetzte Grundregel „Nie über Grundsätzliches sprechen!" beachtete, kamen wohl ganz beachtliche Ergebnisse zustande.

Möglicherweise könnten Einzelpersonen, die ein Mindestmaß an Wissen mehrerer, mindestens zweier Wissenschaften in sich vereinen, als Brückenbauer gut geeignet sein. Außerdem sollten sie gewisse didaktische und methodische Fähigkeiten besitzen, denn die beste Brücke taugt nichts, wenn sie nicht betreten wird, etwa weil ihr keiner Tragfähigkeit zutraut. Aus Gesprächen mit Kunsthistorikern weiß ich, dass sie eher und häufiger an Verständnishürden der Naturwissenschaften scheitern als umgekehrt Naturwissenschaftler in der Kunstgeschichte.

Die geplante Arbeit wird nach einer Darstellung der jeweils vorliegen Forschungsergebnisse als Arbeitsgrundlage aus einer einleitenden Untersuchung der antiken Verfahren einer theozentrisch orientierten, universellen Wissenschaft heraus den Wandel zu methodisch divergierenden Einzelwissenschaften darstellen, beschränkt auf Kunstwissenschaft und Physik. Jeder der anschließenden zwei Beschreibungsstränge wird, nun spezialisiert auf die jeweiligen Methoden und ihren Begriffsapparat, an ausgewählten Einzelbeispielen die historische Entwicklung der untersuchten Struktur – Modell bzw. Symbol – darstellen. Das hat in Einzelschritten zu geschehen, in denen jeweils die Beziehung zu der zugrunde liegenden

[13] Welzer 2006

mathematischen Struktur als Leit- bzw. Begleitbegriff dargestellt wird. Da schon erste, vorläufige Überlegungen zeigen, dass die für den Isomorphismus geforderte Eindeutigkeit weder in der Physik noch in der Kunst erfüllbar ist, obgleich sich die Beteiligung gerade dieser Abbildung als Idee aufdrängt, möchte ich auch untersuchen, inwieweit als Modifikation die Eigenschaften und Methoden der Fuzzy Set Theorie zur Beschreibung der Strukturen überhaupt oder besser geeignet sind. In dieser Hinsicht ist meine Untersuchung noch ergebnisoffen. Zum Schluss soll der Versuch unternommen werden, durch kritische Wertung des scheinbar Trennenden und Betonung des Gemeinsamen der Denkstrukturen einen beiderseitig verständlichen Dialog zwischen Kunst- und Naturwissenschaft zu realisieren. Die Untersuchungen werden zeigen, ob als Basis dieses Dialogs die neue, als Konsequenz der Quantentheorie wiedergefundene aber noch nicht voll etablierte ganzheitliche Sicht auf die Wirklichkeit brauchbar ist. Dabei erscheint mir die Berücksichtigung des Aspekts naheliegend, dass durch Symbole und Modelle Unsichtbares „sichtbar" gemacht werden, d.h. dass geistige Realität – und damit im Sinne des erkenntnistheoretischen Konstruktivismus Realität überhaupt – geschaffen werden kann.

Literatur:

Peter Berger: Philosophische Vertiefung des Physikunterrichts. 7 Bilder, 1 Tafel. Braunschweig: Friedr. Vieweg & Sohn, 1967.

Einstein, Carl: Negerplastik. Leipzig 1915 (Verwendet wurde eine Abschrift der 2. Auflage mit 116 Abbildungen. München 1920).

Hertz, Heinrich: Die Prinzipien der Mechanik – in neuem Zusammenhange dargestellt. Leipzig 1894. (Unveränd. Fotomechan. Nachdruck. Darmstadt 1963).

Panofski, Erwin: Der Begriff des Kunstwollens. in: Aufsätze zu Grundfragen der Kunstwissenschaft. Herausggeben von H. Oberer und E. Verheyen. 2. Aufl., Berlin 1974

Panofski, Erwin: Ikonographie und Ikonologie. in: ders., Sinn und Deutung in der bildenden Kunst. Köln 1975.

Teichmann, Horst: Halbleiter. BI-Hochschultaschenbücher 21. 3. Aufl.; Mannheim 1969

Watzlawick, Paul (Hsg.): Die erfundene Wirklichkeit. Wie wissen wir, was wir zu wissen glauben? Beiträge zum Konstruktivismus. 2. Aufl., München 1985.

Weizsäcker, Carl Friedrich von: Descartes und die neuzeitliche Naturwissenschaft. Rede, gehalten anläßlich der Feier zum Beginn des neuen Amtsjahres des Rektors der Universität Hamburg am 13.November 1957. Abgedruckt in: Weizsäcker, C. F. von: Die Tragweite der Wissenschaft, Bd. 1. Schöpfung und Weltentstehung. Die Geschichte zweier Begriffe. Stuttgart 1964.

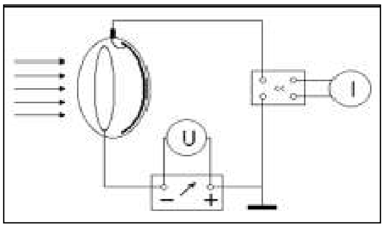
Welzer, Harald: Nur nicht über Sinn reden! Stets wird >>Interdisziplinarität<< gefordert. Doch in der Praxis trennen Geistes- und Naturwissenschaftler Welten. Ein Erfahrungsbericht. In: DIE ZEIT Nr. 18/2006 vom 27.4.2006.

Anhang 1

<u>Zusammenfassung, Stoff- und Formelsammlung</u>
zum Leistungskurs *Elemente der Quantenphysik* (Gl, 1999/2000)

1. Grunderscheinungen, der Photoeffekt:
Eine frisch geschmirgelte und mit Quecksilber amalgamisierte Zinkplatte entläd sich bei Beleuchtung mit dem Licht einer Quecksilberdampflampe, wenn sie negativ aufgeladen wurde. Die Entladung setzt sofort nach Beginn der Bestrahlung ohne Verzögerung ein, auch bei geringen Beleuchtungsstärken. Bei positiver Aufladung geschieht nichts, ebensowenig bei Bestrahlung mit dem Licht z.B. einer starken Glühlampe.
Fazit: UV-Licht löst aus Metallen Elektronen heraus. Die Erscheinung heißt **Äußerer Photoeffekt**.

2. Energie der Photoelektronen, Gegenfeldmethode:



Spektralreines Licht einer Hg-Lampe fällt auf die Photokathode einer Vakuum-Photozelle. Die austretenden Elektronen können von einer Ringanode aufgefangen werden; der Photostrom wird mit Meßverstärker "<<" und Anzeigegerät "I" gemessen.
Zur Bestimmung der kinetischen Energie der Elektronen werden diese in einem elektrischen Feld abgebremst. Im Feld der Spannung U wird ein vorher ruhendes Elektron auf die Energie E_{kin} = eU beschleunigt. Wird im gleichen Feld ein bewegtes Elektron zum Stillstand abgebremst, dann hatte es **vorher** die kinetische Energie E_{kin} = eU.

Nach Einsetzen des Photostromes I bei Beleuchtung der Photozelle wird die **negative** Spannung U soweit erhöht, bis der Photostrom unterdrückt wird, d.h. bis die schnellsten der ausgelösten Elektronen gerade zum Stillstand abgebremst werden. Diese hatten deshalb bei ihrem Austritt aus der Metalloberfläche die Energie eU. Andere Elektronen hatten weniger Energie, weil sie z.B. aus tieferen Schichten der Kathode stammen.

In der grafischen Darstellung der Elektronenenergie E in Abhängigkeit von der Frequenz f des einfallenden Lichtes erkennt man Geraden, die alle die gleiche Steigung haben, deren Achsenabschnitte aber von dem verwendeten Katodenmaterial abhängt. Die Geraden schneiden die f-Achse bei der **Grenzfrequenz f_{gr}**, unterhalb derer keine Elektronen ausgelöst werden. Sie schneiden die E-Achse bei einem Energiewert, den man in grober Näherung als die **Austrittsarbeit W_a** deuten kann, also als die Arbeit, die nötig ist, um das Elektron überhaupt aus dem Metallverband zu lösen. Die Steigung der Geraden ist mit dem Wert der **Planckschen Konstanten h** identisch, die in verwandtem Zusammenhang eingeführt wurde.

Die Geraden lassen sich durch die Gleichungen E_{max} = hf - W_a beschreiben, wo die W_a je nach Material verschieden groß sind. **E = hf** ist also die Energie, die das Licht der Frequenz f an ein einzelnes Elektron abgeben kann. h ist eine Naturkonstante.

3. Beispielwerte für Cäsium:

$$h = 4{,}135 \cdot 10^{-15}\frac{eV}{Hz} = 6{,}625 \cdot 10^{-34}\,Js \qquad f_{gr} = 4{,}7 \cdot 10^{14}\,Hz \qquad W_a = 1{,}94eV$$

4. Quantenmodell des Lichts:
Nach den Vorstellungen des **Wellenmodells** des Lichts (Huygens, Fresnel)

- müßte der Photoeffekt bei jeder Frequenz zu beobachten sein,
- müßte bei geringer Lichtintensität eine zeitliche Verzögerung zwischen Bestrahlungsbeginn und Einsetzen des Photostroms zu beobachten sein,
- müßte die Energie der Photoelektronen von der Lichtintensität abhängen und von der Frequenz unabhängig sein.

Da man in allen Fällen das Gegenteil der Erwartung beobachtet, kann das Licht als Ursache des Photoeffekts nicht als Welle beschrieben werden. Wenn man aber mit A. Einstein annimmt, daß die Energieübertragung zwischen Licht und Elektronen in Form von Portionen - **Quanten** - stattfindet, dann läßt sich aus dieser Vorstellung ein neues kopruskularartiges **Quantenmodell des Lichts** entwickeln. Darin wird das Licht angesehen als in Portionen vorkommend, die man **Photonen** nennt und sich als kurze **Wellenzüge** vorstellen kann. Man spricht auch vom **statistischen Korpuskularmodell** des Lichts, da die Lichtquanten in ihrer Gesamtheit mit den Gesetzen der Statistik zu erfassen sind.
Anschauliches Modell: **Steinwurf-Kastanienbaum-Modell**.

5. Erzeugung von Röntgenstrahlen:
Läßt man Elektronen mit hoher Energie eU_A (ab 20 keV) auf eine Kupferanode prallen, so verlieren sie diese Energie beim Abbremsen schnell. Dabei wird in einer Art Umkehrung des Photoeffekts Strahlung mit der Energie hf frei, die **Röntgenstrahlung**. Man findet auch hier den Zusammenhang $\mathbf{E = hf_{max} = eU_A}$. Der höchsten vorkommenden Grenzfrequenz f_{max} entspricht eine Grenzwellenlänge $\lambda_{min} = c/f_{max}$.

6. Photonenmasse und -impuls:
Nach der Einsteinschen Masse-Energie-Äquivalenz $\mathbf{E = mc^2}$ hat jedes Photon eine Masse

$$m_{phot} = \frac{W}{c^2} = \frac{h \cdot f}{c^2} = \frac{h}{c \cdot \lambda}.$$

Allerdings ist ebenso nach den Ergebnissen der **speziellen Relativitätstheorie** die **Ruhemasse des Photons** gleich Null, da die Geschwindigkeit des Photons konstant ist: $c = 3 \cdot 10^8\ ms^{-1}$ (Phasengeschwindigkeit des Lichtes). Der wegen der Existenz der Masse jedem Photon eigene Impuls ist also: $p = m_{phot}c = h/\lambda$.

7. Compton-Effekt:
Da Photonen Masse und Impuls besitzen, müssen sie den vektoriellen Gesetzen der (relativistischen!) Mechanik gehorchen, was im Streuversuch nach Compton exakt bestätigt wird. Bei Wechselwirkungen mit Elektronen erfahren Photonen, die um den Winkel ß aus ihrer Richtung gestreut werden, eine Wellenlängenänderung von $\Delta\lambda = h/(m_o \cdot c) \cdot (1 - \cos ß)$. $h/(m_o \cdot c) = \lambda_C$ heißt Comptonwellenlänge.

8. Elektronenstreuung, Materiewellen:
Läßt man einen Elektronenstrahl durch eine dünne Kristallschicht fallen , dann erhält man auf einem Leuchtschirm im Aufbau das gleiche Bild, wie wenn man einen Lichtstrahl an einer dünnen Schicht ungeordneter Streukörperchen streuen läßt: konzentrische Kreise mit einer hellen Kreisfläche in der Mitte. Im Versuch läßt man die Elektronen in einer Hochvakuumröhre durch eine dünne Glimmerscheibe passieren, während man als Lichtquelle einen Laser mit Strahlaufweitung und als Streukörperchen auf eine Glasplatte gestreutes Lykopodium benutzt.
Deutung: bewegte Elektronen können wie Wellen miteinander interferieren, sie verhalten sich wie **Materiewellen**. Elektronen ist also als korpuskularen Teilen der Materie eine Wellenlänge

zuzuschreiben, für die nach einem Vorschlag von De Broglie aus Symmetriegründen gilt: $\boldsymbol{\lambda = h/p}$. Diese Beziehung ist im Experiment gut bestätigt.

9. Unbestimmtheitsprinzip und -relation:
Prinzip: in der Mikrophysik wird durch jeden Messprozess selbst der gemessene Vorgang gestört bzw. die gemessene Eigenschaft geändert. Begriffe und Gesetze der klassischen Physik verlieren im Bereich der Elementarteilchen ihre Gültigkeit. Es gibt Paare komplementärer Größen, die in der Quantenmechanik prinzipiell gleichzeitig nicht beliebig genau zu messen sind.
Relationen (Heisenberg): $\Delta x \cdot \Delta p_x \approx h$ und $\Delta E \cdot \Delta t \approx h$.

10. Linienspektren:
Bei der Entstehung von Licht beobachtet man fast ausnahmslos, daß nicht alle Frequenzen gleichmäßig in dem emittierten Licht vertreten sind. Vielmehr erhält man mit geeigneten Anordnungen statt kontinuierlicher Spektren diskrete Linienspektren mit Farben wohldefinierter Wellenlängen. Diese Erscheinung muß durch den Bau der Atome verursacht sein.

11. Historische Atommodelle (siehe Literatur):
- Flummi-Modell einer vollelastischen Kugel mit Masse und Volumen: erklärt die Gesetze der kinetischen Gastheorie und das Gesetz der multiplen Proportionen der Chemie. (Atomradius ca. $5 \cdot 10^{-11}$ m)
- Rosinenkuchenmodell von Thomson mit positiven und negativen Ladungen, nach außen elektrisch neutral: erklärt die Ionisation und die Ladungstrennung durch Reibung.
- Rutherfordsches Modell mit schwerem positiv geladenem Kern aus Protonen und Neutronen in der Mitte, umkreist von leichten negativ geladenen Elektronen in leerem Raum: erklärt die Durchstrahlungsversuche von Lennard sowie die Streuversuche (α-Teilchen an Goldfolie) von Rutherford. (Kernradius ca. $0{,}5 \cdot 10^{-15}$ m, Verhältnis Elektronenmasse:Protonenmasse = 1:1836)

12. Widersprüche und Probleme:
- Die Existenz ganz bestimmter Bahnradien (Atomgrößen) und Nichtexistenz dazwischenligender Radien ist aus der klassischen Theorie nicht zu erklären.
- Die kreisenden, also ständig beschleunigten Elektronen müßten ständig Strahlung aussenden. Dadurch ginge dem Atom Energie verloren, dadurch müßte sich die Bahngeschwindigkeit und dadurch der Bahnradius des Elektrons ständig verringern: das Atom würde kollabieren. Umgekehrt ist also die Stabilität der Atome aus der klassischen Theorie nicht zu erklären.

13. Bohrsche Postulate als Anpassung der Theorie an die beobachtete Realität:
1. Postulat: Elektronen bewegen sich in der Hülle des Atoms nur auf ganz bestimmten Bahnen, auf diesen aber strahlungsfrei. Zu jeder möglichen Bahn mit dem Radius r_1, r_2, r_3 ... gehört ein bestimmter Energieinhalt E_1, E_2, E_3 ... des Atoms.
Die Radien sind durch die Quantenbedingung $2r_n m_e v_n = nh$, n = 1,2... bestimmt.
Diese Bedingung läßt sich nach De Broglie durch das Zustandekommen einer **Stehenden Welle** der Materiewelle des umkreisenden Elektrons verstehen.
2. Postulat: Elektronen können von einer Bahn mit r_m auf eine andere mit r_n „springen", wobei sich der Energieinhalt des Atoms um $E = E_m - E_n$ ändert, und zwar je nach Vorzeichen von E durch Emission oder durch Absorption eines Energiequants $h \cdot f$, z.B. in Form von Strahlung.

Stabil sind solche Atome dann, wenn sich alle Elektronen auf den Bahnen mit möglichst niedrigem Energieinhalt befinden. Ist das nicht der Fall, dann nennt man solche Atome "angeregt". **Angeregte Atome** gehen nach ca. 10^{-8} s, also in sehr kurzer Zeit in den stabilen **Grundzustand** zurück.

Mit Hilfe des auf diesen Postulaten basierenden **Bohrschen Atommodells** konnte man recht gut die Wellenlängen der vier sichtbaren Linien des Wasserstoffspektrums vorhersagen. Bei **allen** anderen Atomen versagte das Modell. Selbst die durch **Sommerfeld** und andere versuchte Erweiterung durch **Nebenquantenzahlen** usw. versagte bald. Für die allgemeine Theorie hat sich das **Potentialtopfmodell** als bisher bestes Modell erwiesen.

14. Berechnungen am Wasserstoffatom nach Bohr:

Für das kreisende Elektron ist die Coulombsche Anziehungskraft die Zentripetalkraft:

$F_C = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r_n^2}$. Also gilt: $\frac{m_e v_n^2}{r_n} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{e^2}{r_n^2}$

Mit der Quantenbedingung aus dem 1. Postulat erhält man:

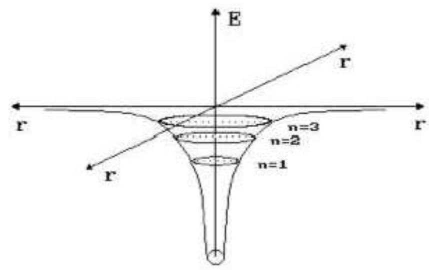
$r_n = \frac{\varepsilon_0 \cdot h^2}{\pi \cdot m_e \cdot e^2} \cdot n^2$, $E(r_n) = -\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r_n}$ sowie $v_n = \frac{e^2}{2\varepsilon_0 \cdot h} \cdot \frac{1}{n}$.

Speziell für die zuerst entdeckte sichtbare Linienserie des Wasserstoffatoms (Balmerserie, Quantenzahl m=2) war bereits vor Entwicklung des Bohrschen Modells von Rydberg ein Seriengesetz entdeckt worden:

$$\frac{1}{\lambda} = R \cdot (\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}) \quad \text{Wellenzahl mit n = 3,4, ... oder} \quad f = Ry \cdot (\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}).$$

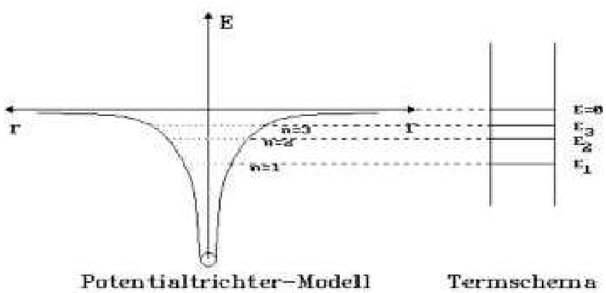
Dabei ist die Rydbergkonstante R = $1{,}097 \cdot 10^7$ m^{-1} oder die Rydbergfrequenz Ry=c·R.

15. Das Trichtermodell des Wasserstoffatoms



Trägt man den Energieinhalt des Was-serstoffatoms über dem Radius der Elektronenbahn auf, dann erhält man zunächst eine **Hyperbel**. Läßt man in Gedanken das Elektron um den Kern kreisen, dann hat man den Eindruck einer räumlichen Achsensymmetrie und dadurch der Entstehung eines **Trichters**. (Vorsicht: dieses Modell hat mit den Konventionen der Mathematik kaum noch etwas zu tun! Es ist aber sehr anschaulich.)

16. Das Termschema:



Im **Trichtermodell** lassen sich die Radien der Elektronenbahnen leicht über die Formel aus dem 14. Abschnitt festlegen. Sie bestimmen über den Trichterumriß die Lage im Trichter und damit die "Höhe" im Energiemaßstab. Wenn es nur auf diese Angabe ankommt, dann kann man aus dem Trichtermodell das **Termschema** des Atoms abstrahieren, das nur noch die Größe des Energieinhalts zu den Quantenzahlen durch waagerechte Strecken angibt. Diese Strecken heißen **Energieniveaus** oder **Energieterme**, das Gesamtbild heißt **Termschema**.

17. Anregung von Atomen durch Elektronenstoß:
Der Franck-Hertz-Versuch ist im kolleg-text "...Licht..." auf Seite 106 ff. beschrieben. Sein Ergebnis belegt sehr gut die Brauchbarkeit der Bohrschen Modellvorstellungen für bestimmte Zwecke. Vor allem aber stellt er eine direkte Bestätigung der Theorie gequantelter Energieübertragung dar.

Diese Zusammenstellung wurde im Dezember 1999 vor der zweiten Klausur gemeinsam erarbeitet und gibt nicht den gesamten Stoffinhalt des Kurses wieder.

Das Thema der Abiturklausur lautete „Quantenhafte Emission und Absorption – Umkehrung der Natrium-D-Linie“.

Anhang 2

Beispiel einer einfachen Logarithmenrechnung: 17·3,2 = 54,4

Schon Kepler hat seine sehr umfangreichen astronomischen Berechnungen logarithmisch durchgeführt. Seit langem schon benutzt man allerdings elektronische Taschenrechner und „lässt rechnen". Daher gehört die Kenntnis des logarithmischen Rechnens heute nicht mehr zum Kanon der Allgemeinbildung und wird natürlich auch nicht mehr wie früher in den Gymnasien ausgiebig geübt und angewandt.

Definition: Der Logarithmus einer Zahl a zur Basis b ist diejenige Hochzahl z, mit der man b potenzieren muss, um a zu erhalten.

Als Formeläquivalenz geschrieben:

$$\boxed{z = \log_b a \Leftrightarrow b^z = a}$$

Als Umkehrung der Potenzgesetze gelten fallentsprechende Logarithmengesetze, von denen hier nur das zur Multiplikation angegeben wird:

zum Potentgesetz $u^x \cdot u^y = u^{x+y}$

gilt das Logarithmengesetz, der Summensatz: $\boxed{\log_u (x \cdot y) = \log_u x + \log_u y.}$

Dieses Gesetz – und die anderen Logarithmengesetze - benutzt man seit etwa 1600 zur Vereinfachung komplizierter und umfangreicher Rechnungen. Anstatt zwei vielstellige Zahlen zu multiplizieren addiert man ihre Logarithmen. Zur weiteren Vereinfachung legt man die benutzte Basis auf die Zahl 10 fest und schreibt: $\log_{10} x = \lg x$. Das hier besprochene Beispiel einer Zahlenrechnung wird durch die Benutzung von Logarithmen allerdings komplizierter. Es soll aber nur das Prinzip gezeigt werden und die Rechnung leicht überprüfbar sein.

Logarithmen wurden für bestimmte Zahlenwerte mit Hilfe konvergenter Reihen berechnet und in Form von Tafeln veröffentlicht. Im Mittelfeld des nebenstehenden Beispiels sind die Nachkommastellen der Zehnerlogarithmen der Zahlen von 100 bis 599 vierstellig aufgeführt. Diese sind in der linken Randspalte (Hunderter- und Zehnerziffern, 3a) sowie in der oberen Randzeile (Einerziffer, 3b) angegeben.

Es genügt, nur die Nachkommastellen, die Dezimalen der Logarithmen, also deren Mantissen anzugeben, da nur diese von der Ziffernfolge der zu logarithmierenden Zahl, dem Numerus, abhängen, während die Vorkommastellen der Logarithmen nur von der Kommastellung im Numerus bestimmt werden.

Unter Anwendung des oben angegebenen Summensatzes für Logarithmen lässt sich einsehen, dass beispielsweise lg 17 = 1.2304 (1) und lg 1,7 = 0.2304 ist, denn es sind lg 1 = 0; lg 10 = 1; lg 100 = 2; lg 1000 = 3 usf.

ln 10 … ln 59 **Logarithmen** lg 100 … lg 599

ln *n*	*n*	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	*D*
2,303	10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374	40
,398	11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	$064\bar{5}$	0682	0719	$075\dot{5}$	37
$,48\bar{5}$	12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106	33
$,56\bar{5}$	13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	$133\dot{5}$	1367	1399	1430	31
,639	14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732	29
2,708	15	1761	1790	1818	1847	$187\dot{5}$	1903	1931	1959	1987	2014	27
,773	16	2041	2068	$209\dot{5}$	2122	2148	$217\bar{5}$	2201	2227	2253	2279	25
,833	17	2304	2330	$235\dot{5}$	2380	$240\dot{5}$	2430	$245\dot{5}$	2480	2504	2529	24
,890	18	2553	2577	2601	$262\bar{5}$	2648	2672	$269\dot{5}$	2718	2742	$276\bar{5}$	23
,944	19	2788	2810	2833	2856	2878	2900	2923	$294\bar{5}$	2967	2989	21
2,996	20	3010	3032	3054	$307\bar{5}$	3096	3118	3139	3160	3181	3201	21
$3,04\bar{5}$	21	3222	3243	3263	3284	3304	3324	$334\bar{5}$	$336\bar{5}$	$338\bar{5}$	3404	20
,091	22	3424	3444	3464	3484	3502	3522	3541	3560	3579	3598	19
$,13\dot{5}$	23	3617	3636	$365\bar{5}$	3674	3692	3711	3729	3747	3766	3784	18
,178	24	3802	3820	3838	3856	3874	3892	3909	3927	$394\bar{5}$	3962	17
3,219	25	3979	3997	4014	4031	4048	$406\dot{5}$	4082	4099	4116	4133	17
,258	26	$41\bar{5}0$	4166	4183	4200	4216	4232	4249	$426\dot{5}$	4281	4298	16
,296	27	4314	4330	4346	4362	4378	4393	4409	$442\bar{5}$	4440	4456	16
,332	28	4472	4487	4502	4518	4533	4548	4564	4579	4594	4609	15
,367	29	4624	4639	4654	4669	4683	4698	4713	4728	4742	4757	14
3,401	30	4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900	14
,434	31	4914	4928	4942	$495\bar{5}$	4969	4983	4997	5011	5024	5038	13
,466	32	5051	$506\dot{5}$	5079	5092	$510\dot{5}$	5119	5132	$514\dot{5}$	5159	5172	13
,497	33	5185	5198	5211	5224	5237	$52\dot{5}0$	5263	5276	5289	5302	13
,526	34	$531\bar{5}$	5328	5340	5353	5366	5378	5391	5403	5416	5428	13
$3,55\dot{5}$	35	5441	5453	$546\dot{5}$	5478	5490	5502	5514	5527	5539	5551	12
,584	36	5563	$557\dot{5}$	5587	5599	5611	5623	$563\bar{5}$	5647	5658	5670	12
,611	37	5682	5694	$570\dot{5}$	5717	5729	5740	5752	5763	$577\bar{5}$	5786	12
,638	38	5798	5809	5821	5832	5843	$585\bar{5}$	5866	5877	5888	5899	12
,664	39	5911	5922	5933	5944	$595\bar{5}$	5966	5977	5988	5999	6010	11
3,689	40	6021	6031	6042	6053	6064	$607\bar{5}$	$608\dot{5}$	6096	6107	6117	11
,714	41	6128	6138	6149	6160	6170	6180	6191	6201	6212	6222	10
,738	42	6232	6243	6253	6263	6274	6284	6294	6304	6314	$632\bar{5}$	10
,761	43	$633\bar{5}$	$634\bar{5}$	$635\bar{5}$	$636\bar{5}$	$637\bar{5}$	$638\bar{5}$	$639\bar{5}$	$640\bar{5}$	$641\bar{5}$	$642\bar{5}$	10
,784	44	$643\bar{5}$	6444	6454	6464	6474	6484	6493	6503	6513	6522	10
3,807	45	6532	6542	6551	6561	6571	6580	6590	6599	6609	6618	10
,829	46	6628	6637	6646	6656	$666\dot{5}$	$667\bar{5}$	6684	6693	6702	6712	9
$,8\dot{5}0$	47	6721	6730	6739	6749	6758	6767	6776	$678\dot{5}$	6794	6803	9
,871	48	6812	6821	6830	6839	6848	6857	6866	$687\dot{5}$	6884	6893	9
,892	49	6902	6911	6920	6928	6937	6946	$695\bar{5}$	6964	6972	6981	9
3,912	50	6990	6998	7007	7016	7024	7033	7042	$70\dot{5}0$	7059	7067	9
,932	51	7076	7084	7093	7101	7110	7118	7126	$713\bar{5}$	7143	7152	8
,951	52	7160	7168	7177	$718\dot{5}$	7193	7202	7210	7218	7226	$723\bar{5}$	8
,970	53	7243	7251	7259	7267	$727\dot{5}$	7284	7292	7300	7308	7316	8
3,989	54	7324	7332	7340	7348	7356	7364	7372	7380	7388	7396	8
4,007	55	7404	7412	7419	7427	$743\dot{5}$	7443	7451	7459	7466	7474	8
$,02\dot{5}$	56	7482	7490	7497	$750\dot{5}$	7513	7520	7528	7536	7543	7551	8
,043	57	7559	7566	7574	7582	7589	7597	7604	7612	7619	7627	7
,060	58	7634	7642	7649	7657	7664	7672	7679	7686	7694	7701	8
4,078	59	7709	7716	7723	7731	7738	$774\dot{5}$	7752	7760	7767	7774	8
ln *n*	*n*	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	*D*

ln 1 … ln 9 s. S. 2

Beispiele: lg 2,34 = 0.3692; ln 51 = 3,932

Lin. Interpolation: lg 375,0 = 2.5740; lg 376,0 = 2.5752; *D* = 12;
damit: lg 375,4 = 2.5740 + 4 · 1,2 *E* = 2.5740 + 5 *E* = 2.5745

14

Helmut Sieber: Mathematische Tafeln. Stuttgart 1981

Damit lässt sich leicht rechnen:
(1) lg 17 = 1,2304
+ (2) lg 3,2 = <u>0.5051</u>
(3) 1.7355 = lg 54,4, was die direkte Multiplikation sofort bestätigt, wenn man geeignet gemäß der in der Tafel angegebenen Vorschrift linear interpoliert und rundet.[14]

Bei dieser Schreibweise wird übrigens das Dezimaltrennzeichen der Logarithmen nicht als Komma, sondern als Punkt geschrieben. Damit sollte für den konzentriert arbeitenden Rechner sofort sichtbar sein, auf welcher Ebene er sich befand, auf der der Numeri oder der der Logarithmen.

Bei der täglichen Arbeit wurden solche logarithmischen Berechnungen in ein Schema geschrieben.

Num	lg	
17	1.2304	
3,2	0.5051	| +
54,4	1.7355	

Üblich war auch, in Mantisse und Vorkommastellen der Logarithmen wie im folgenden Beispiel zu trennen. Damit vermied man Flüchtigkeitsfehler bei den Zehnerüberträgen während des schriftlichen Addierens und des Interpolierens:

Num	lg	
17	0.2304 +1	
3,2	0.5051 +0	| +
54,4	0.7355 +1	

Abschließend sei das auch heute noch brauchbare Beispiel einer Logarithmenrechnung dargestellt:

Bestimmung der Kantenlänge a eines Würfels mit V = 3000 m³ Rauminhalt.

Zur Abschätzung: Ein Würfel der Kantenlänge a = 10 m hat ein Volumen V = 10m·10m·10m = 1000 m³. Die gesuchte Kantenlänge muss also zwischen 10m und 20m liegen, da ein Würfel mit a = 20m schon ein Volumen von V = 8000 m³ besitzt

[14] Die Regeln für das Interpolieren und Runden sind für das Verständnis der mathematischen Struktur der Logarithmusabbildung unwesentlich und werden hier nicht erklärt, um nicht den Rahmen dieser Arbeit zu sprengen. Hier sei nur folgendes angemerkt: Das Interpolieren sollte die Genauigkeit der Ergebnisse steigern und die ökonomisch bedingte Dreistelligkeit der Tafel um eine Stelle erweitern. Obgleich der Graph der Logarithmusfunktion überall gekrümmt ist, begnügte man sich mit der linearen Interpolation, bildlich: man näherte den gekrümmten Graphen durch eine Sehne an und bestimmte Zwischenwerte mit einfachen Dreisatzrechnungen. Dazu dienten die mit D bezeichneten Angaben der rechten Randspalte. Dort wurden die Differenzen zwischen der letzten Mantisse jeder Zeile und der ersten Mantisse der nächsten Zeile angegeben.

Es ist $V = a^3 \Leftrightarrow a = \sqrt[3]{V} = V^{\frac{1}{3}}$. Dem auf unser Beispiel zutreffenden Potenzgesetz entspricht das Logarithmengesetz: lg a = lg V : 3. Man bestimmt also den Logarithmus von 3000, dividiert ihn durch 3 und sucht den zum Ergebnis gehörenden Numerus auf.

Num	lg	
3000	0.4771 +3	| :3
14,4d	0.1590 +1	,

wo d die dritte Dezimale des gesuchten Wertes von a ist, die hinter 1,44, den Numerus zum Logarithmus 1584 +1 geschrieben wird.

Die Interpolation liefert: D = 1614 – 1584 = 30; D/10 = 3; 1590 – 1584 = 6; 6 : 3 = 2, d.h. die an das vorläufige Ergebnis 14,4 anzuhängende Ziffer ist 2, so dass das vollständige Ergebnis lautet:

Der Würfel mit dem Rauminhalt V = 3000 m^3 hat eine Kantenlänge von a = 14,42 m mit einer Ungenauigkeit, bzw. besser Unbestimmtheit, von 0,005 m, also 5 Millimetern oder 0,035 °/oo.